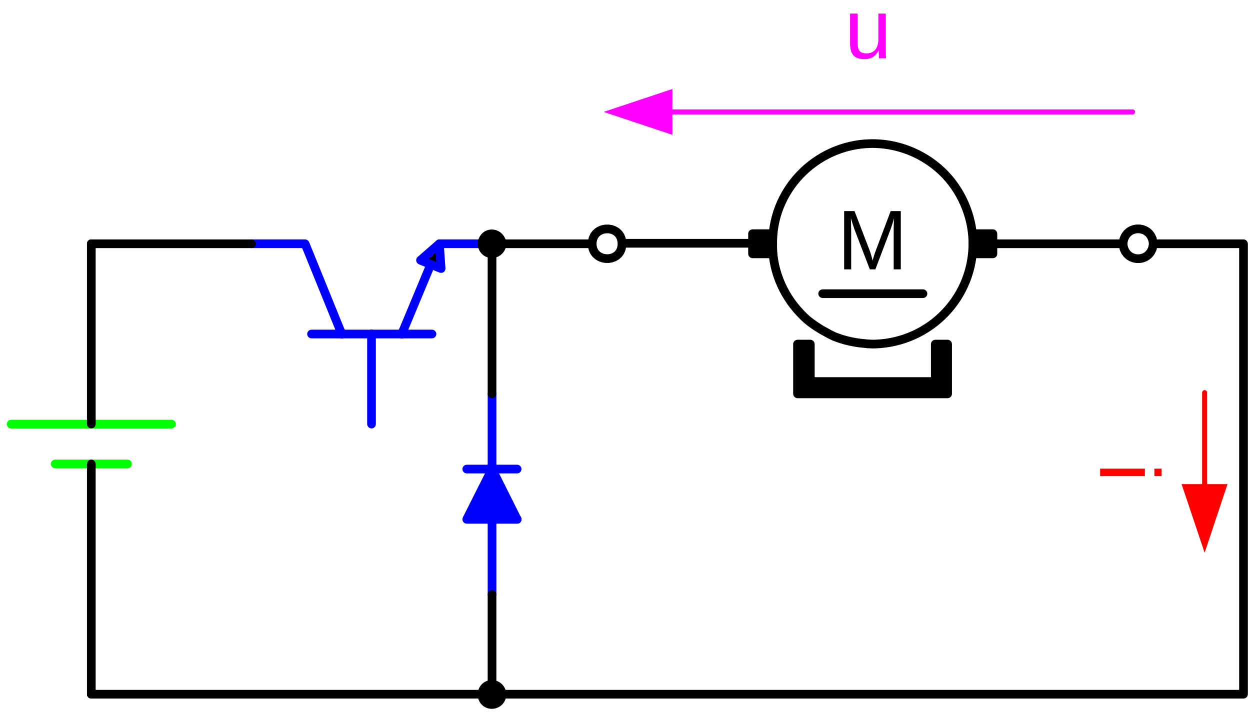
„Komputerowe metody symulacji serwonapędów” wprowadzenie

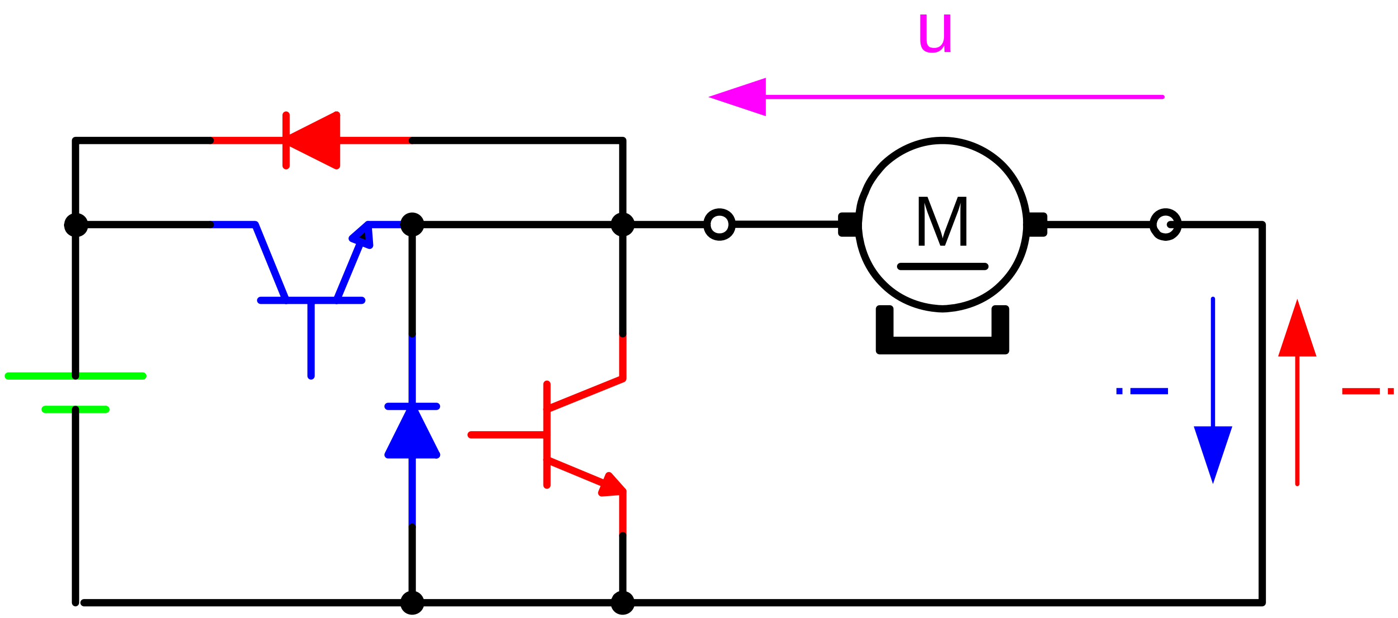
prof. nzw. dr hab. ***Lech M. Grzesiak***

email: < L.Grzesiak@isep.pw.edu.pl >

Topologie układów przekształtnikowych dla napędów DC (wersja 1 – napęd jednokierunkowy)

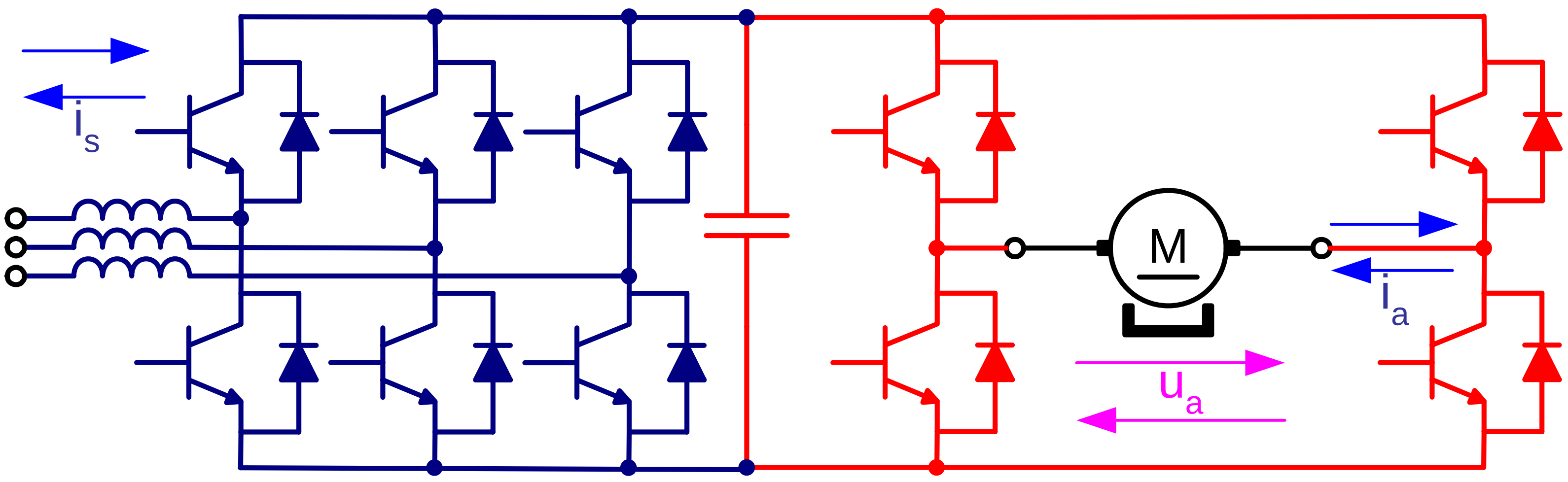


Topologie układów przekształtnikowych dla napędów DC (wersja 2 – napęd jednokierunkowy)

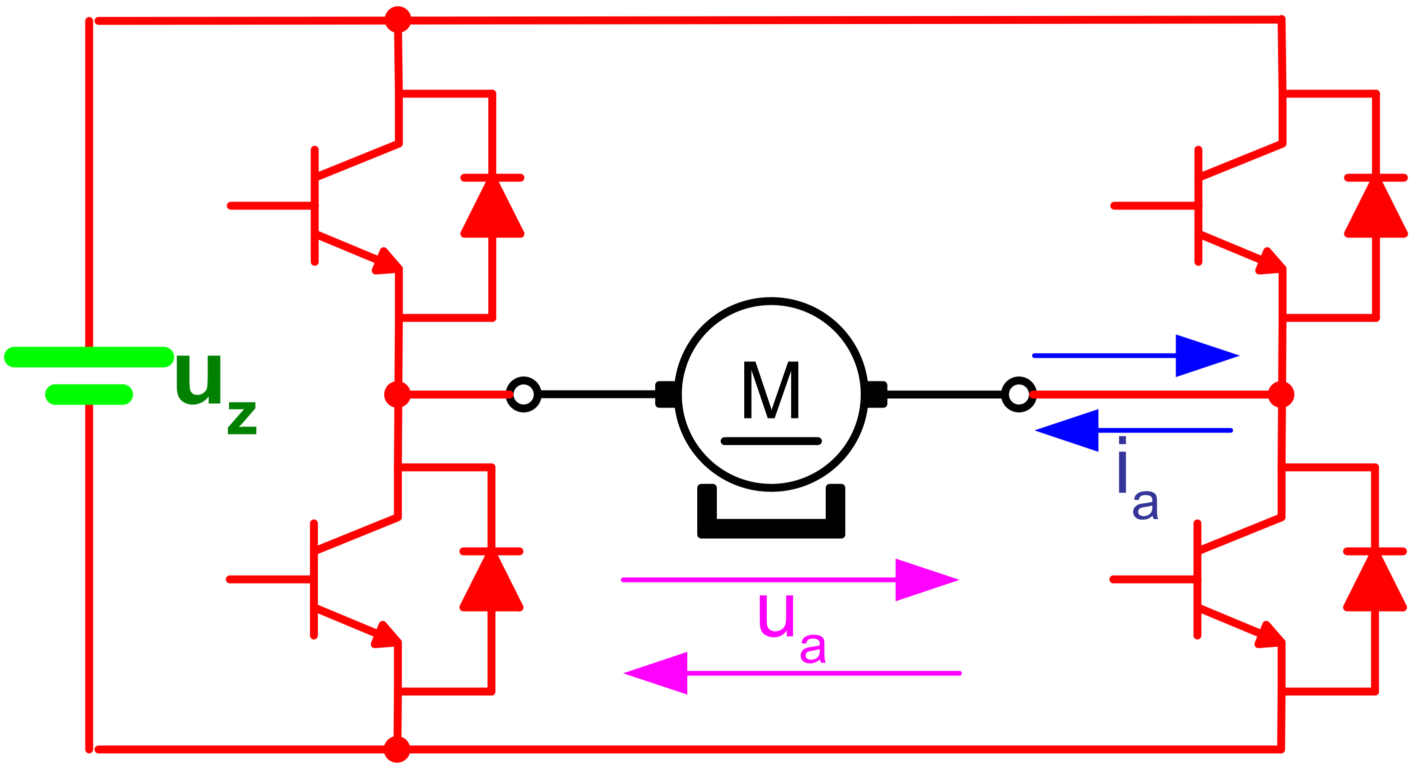


Możliwa zmiana kierunku prądu twornika (hamowanie)

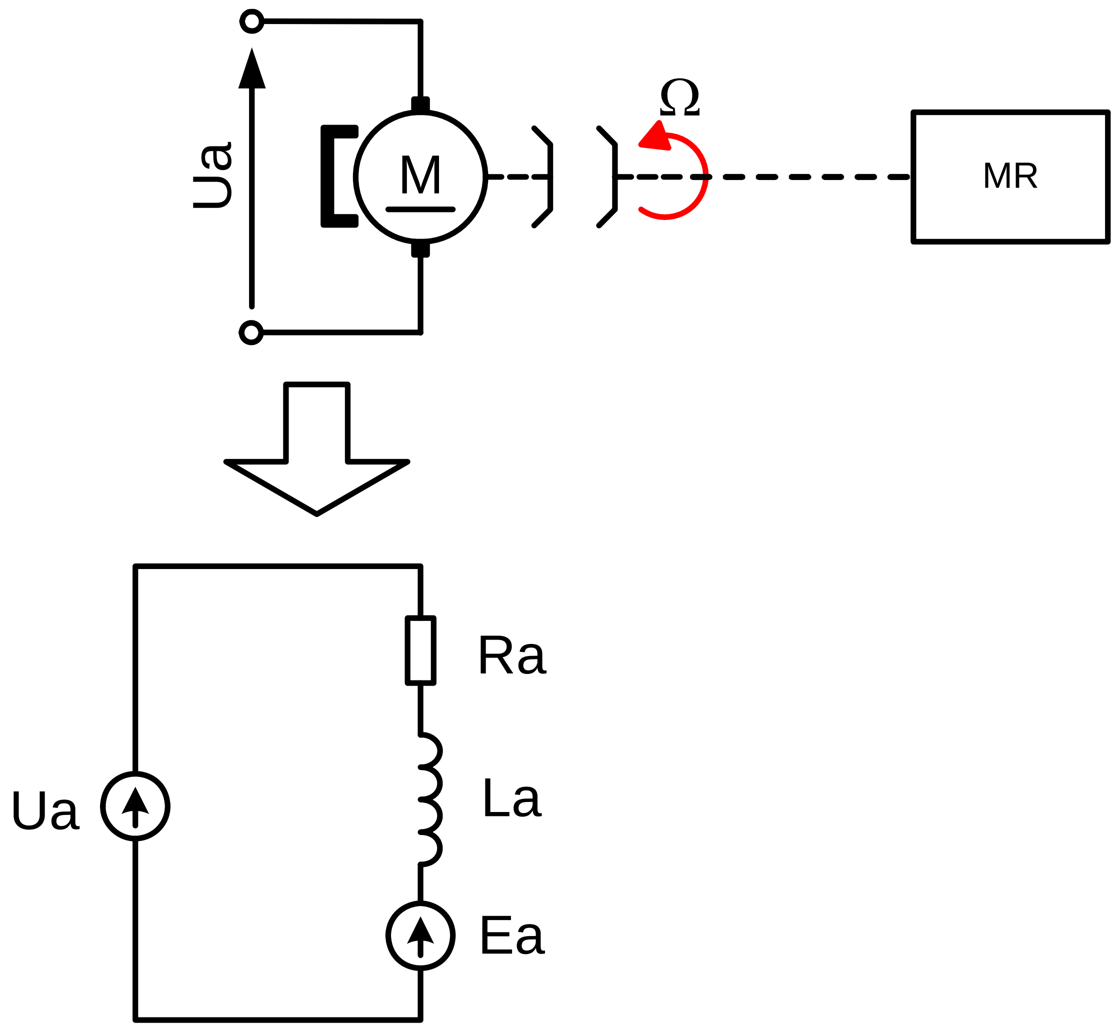
Napęd prądu stałego z przekształtnikiem DC/DC zasilany ze źródła AC



Napęd prądu stałego z przekształtnikiem DC/DC zasilany ze źródła DC



Napęd prądu stałego – schemat zastępczy



Model matematyczny silnika DC (równania stanu)

E_a

$$\frac{d}{dt} i_a(t) = -\frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{\Psi}{L_a}\Omega(t) + \frac{1}{L_a} u_a(t)$$

$$\frac{d}{dt}\Omega(t) = \frac{\Psi}{J_z} i_a(t) - \frac{1}{J_z} M_o(t)$$

M_e

Model matematyczny silnika DC

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ez(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \Omega(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = [u_a(t)], \quad z(t) = [M_o(t)]$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{\Psi}{L_a} \\ \frac{\Psi}{J_z} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_z} \end{bmatrix}$$

Model matematyczny silnika DC

$$i_a(s) = [u_a(s) - \Psi\Omega(s)]\frac{1}{sL_a + R_a}$$

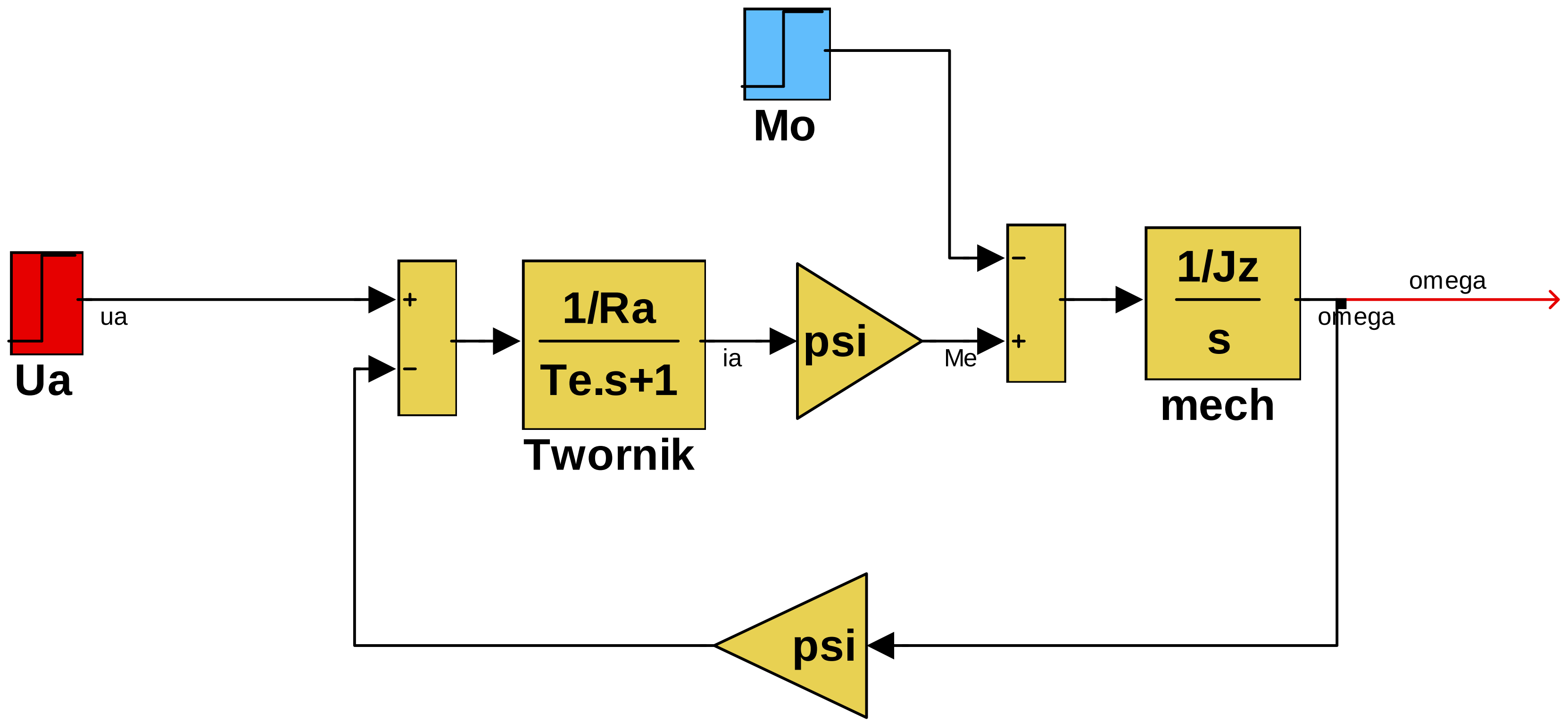
$$\Omega(s) = [\Psi i_a(s) - M_o(s)]\frac{1}{J_z s}$$

$$T_e = \frac{L_a}{R_a} \qquad T_m = \frac{J_z R_a}{\Psi^2}$$

$$i_a(s) = [u_a(s) - \Psi\Omega(s)]\frac{\frac{1}{R_a}}{sT_e + 1}$$

$$\Omega(s) = [\Psi i_a(s) - M_o(s)]\frac{1}{J_z s}$$

Model silnika DC

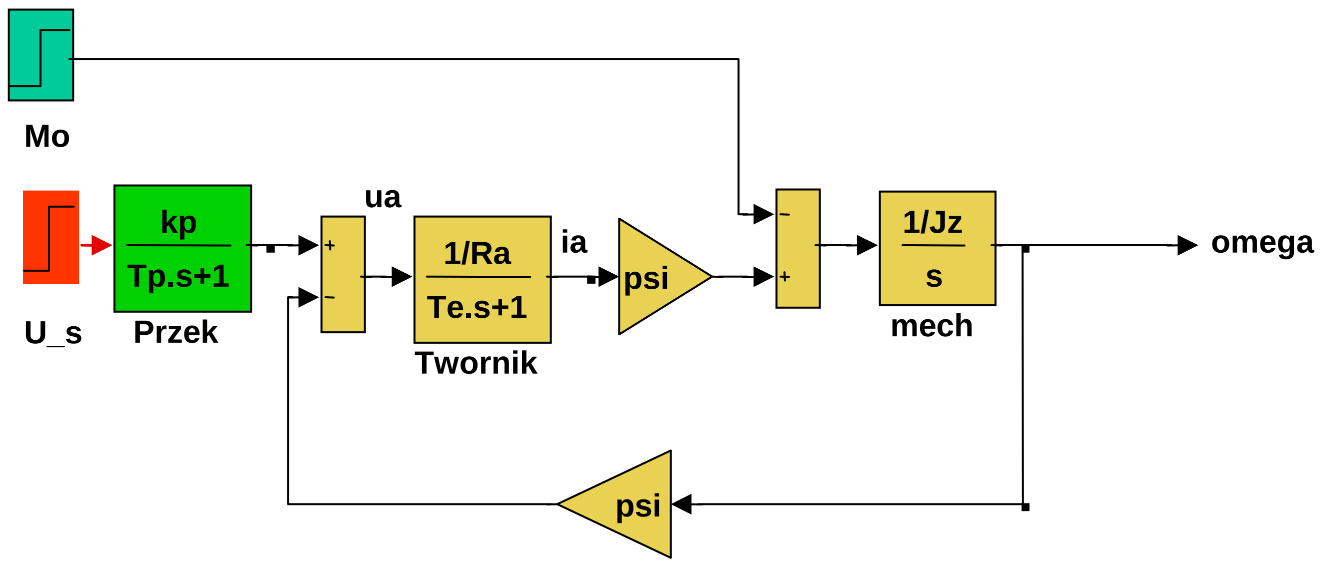


Model matematyczny przekształtnika

$$\frac{u_a(s)}{u_s(s)} = G_p(s) = k_p e^{-sT_p}$$

$$G_p(s) = \frac{k_p}{1+sT_p}$$

Schemat blokowy zespołu napędowego (przekształtnik + silnik prądu stałego)



Model matematyczny silnika z przekształtnikiem

$$\frac{d}{dt} i_a(t) = -\frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{\Psi}{L_a} \Omega(t) + \frac{1}{L_a} u_a(t)$$

$$\frac{d}{dt} \Omega(t) = \frac{\Psi}{J_z} i_a(t) - \frac{1}{J_z} M_o(t)$$

$$\frac{d}{dt} u_a(t) = \frac{k_p}{T_p} u_s(t) - \frac{1}{T_p} u_a(t)$$

Zapis macierzowy modelu silnika z przekształtnikiem

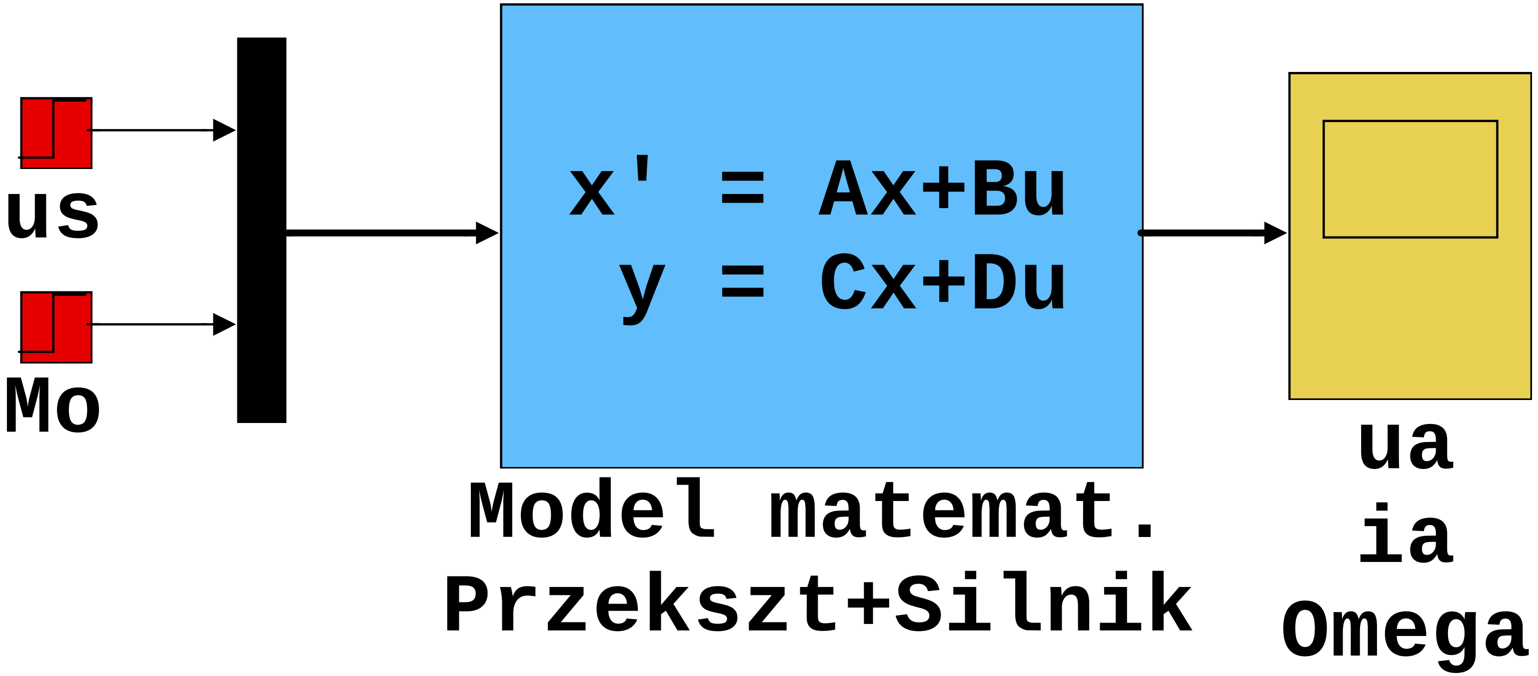
$$\frac{d}{dt}x_{sp}(t) = A_{sp}x_{sp}(t) + B_{spw}u_{sp}(t)$$

Zapis macierzowy modelu silnika z przekształtnikiem

$$x_{sp}(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \Omega(t) \\ u_a(t) \end{bmatrix} \qquad u_{sp}(t) = \begin{bmatrix} u_s(t) \\ M_o(t) \end{bmatrix}$$

$$A_{sp} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{\Psi}{L_a} & \frac{1}{L_a} \\ \frac{\Psi}{J_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_p} \end{bmatrix} \qquad B_{spw} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_z} \\ \frac{k_p}{T_p} & 0 \end{bmatrix}$$

Model symulacyjny
(zapis w postaci równań stanu)



Zapis macierzowy modelu silnika z przekształtnikiem (wersja alternatywna)

$$\frac{d}{dt}x_{sp}(t) = A_{sp}x_{sp}(t) + B_{sp}u_{sp}(t) + E_{sp}z_{sp}(t)$$

$$u_{sp}(t) = [u_s(t)], \quad z_{sp}(t) = [M_o(t)]$$

$$B_{spw} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_p}{T_p} \end{bmatrix}, \quad E_{spw} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_z} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Badanie właściwości dynamicznych silnika prądu stałego

$$G_s^{u_a,\Omega}(s) = \frac{\frac{1}{\Psi}}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1}$$

$$T_e T_m s^2 + T_m s + 1 = 0$$

$$\Delta > 0 \qquad\qquad T_m > 4T_e$$

$$s_1 = \frac{-T_m - \sqrt{T_m^2 - 4T_e T_m}}{2T_e T_m} = \frac{-\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4T_e}{T_m}}\right)}{2T_e}$$

$$s_2 = \frac{-T_m + \sqrt{T_m^2 - 4T_e T_m}}{2T_e T_m} = \frac{-\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T_e}{T_m}}\right)}{2T_e}$$

Przekształcanie transmitancji silnika prądu stałego

$$T_eT_ms^2 + T_ms + 1 = T_eT_m(s - s_1)(s - s_2) =$$

$$T_eT_ms_1s_2\left(\frac{s}{s_1} - 1\right)\left(\frac{s}{s_2} - 1\right) = T_eT_ms_1s_2\left(-\frac{s}{s_1} + 1\right)\left(-\frac{s}{s_2} + 1\right)$$

$$T_1 = -\frac{1}{s_1}, \text{ oraz } T_2 = -\frac{1}{s_2}$$

$$T_eT_m\frac{-\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4T_e}{T_m}}\right)}{2T_e}\,\frac{-\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4T_e}{T_m}}\right)}{2T_e}(1 + sT_1)(1 + sT_2)$$

$$= T_eT_m\frac{\frac{4T_e}{T_m}}{4T_e^2}(1 + sT_1)(1 + sT_2) = (1 + sT_1)(1 + sT_2)$$

Transmitancje silnika prądu stałego

$$G_s^{u_a,\Omega}(s) = \frac{\frac{1}{\Psi}}{T_e T_m s^2 + T_m s + 1} = \frac{\frac{1}{\Psi}}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

$$G_s^{u_a,i_a}(s) = \frac{\frac{J_z}{\Psi^2}s}{(1+sT_1)(1+sT_2)} = \frac{\frac{T_m}{R_a}s}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

$$T_m > 4T_e$$

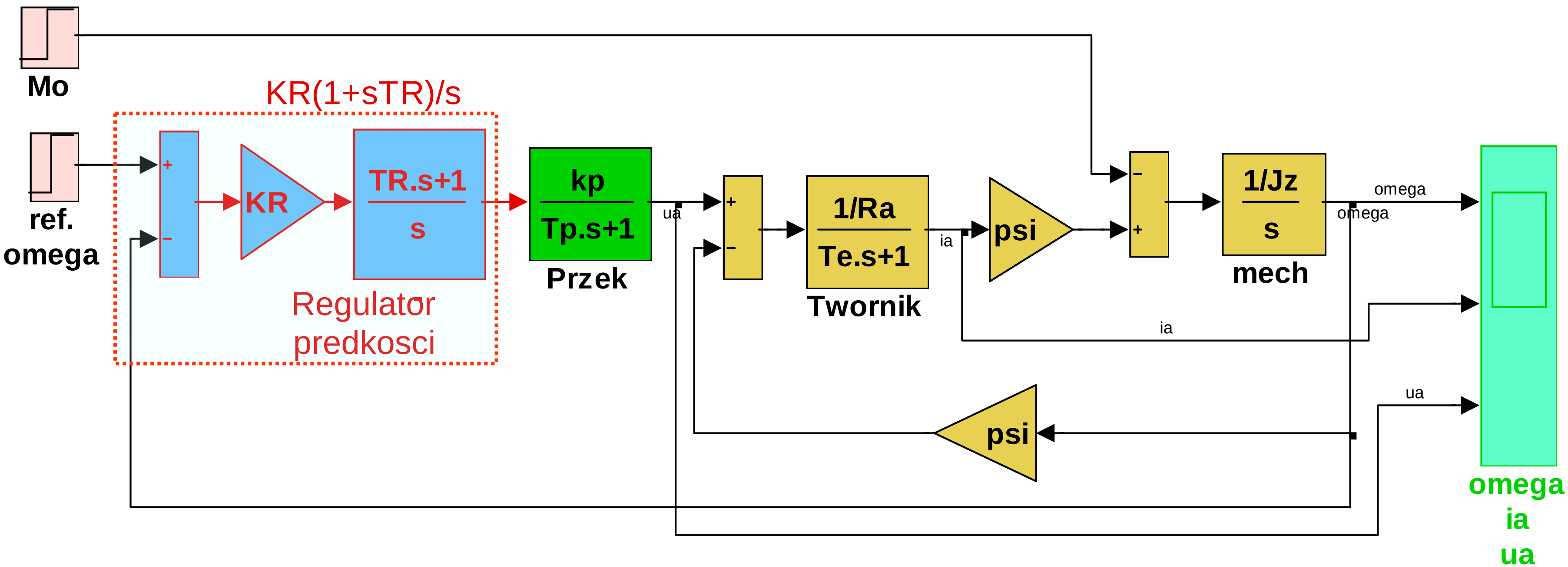
$$\frac{J_z R_a}{\Psi^2} > 4\frac{L_a}{R_a}$$

$$J_z > \frac{4\Psi^2}{R_a^2} L_a$$

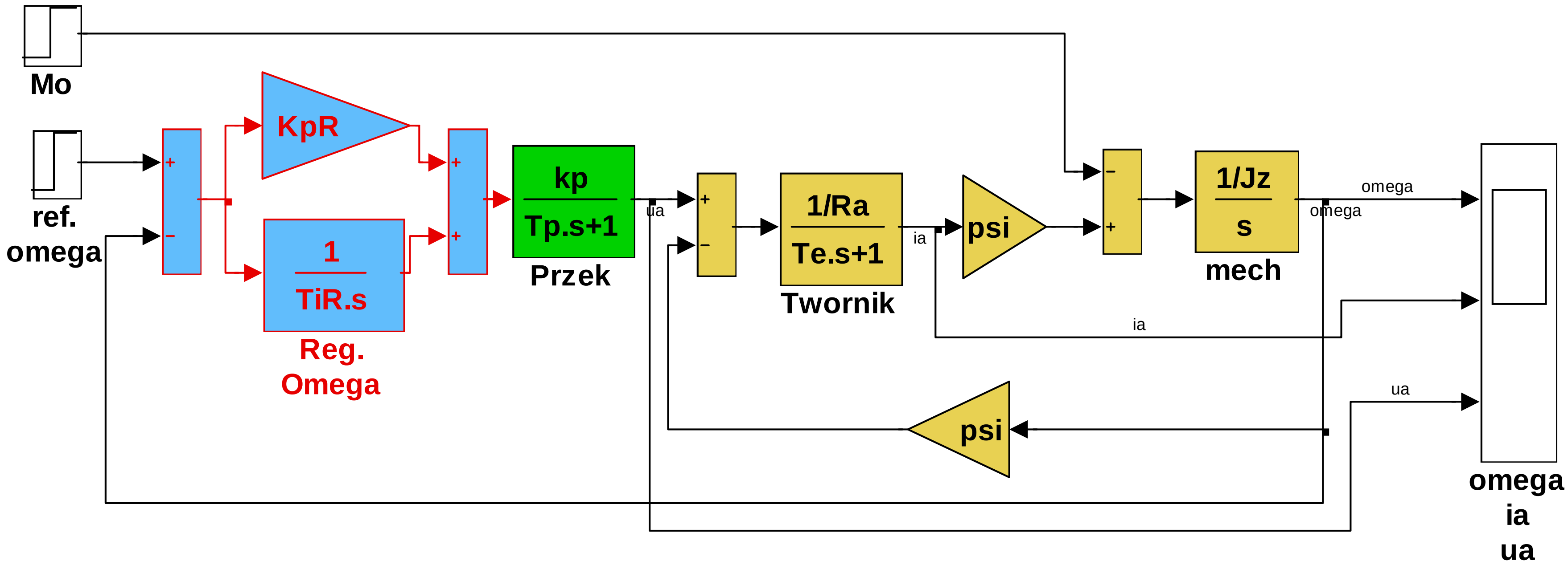
Transmitancje zespołu
Przekształtnik + silnik prądu stałego

$$\frac{\Omega(s)}{u_s(s)} = G_{sp}^{u_s,\Omega}(s) = \frac{\frac{k_p}{\Psi}}{(1+sT_p)(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego



Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego



Kryterium modułowego optimum (1 duża stała czasowa)

$$G_o(s) = \frac{K_s}{\prod\limits_{\nu=1}^{n} (1 + T_\nu s)}$$

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$$

$$K_R = \frac{1}{2 K_s T_\Sigma}, \qquad T_R = T_1$$

$$T_1 >> T_\Sigma = \sum_{\nu=2}^{n} T_\nu$$

Kryterium modułowego optimum (2 duże stałe czasowe)

$$G_o(s) = \frac{K_s}{\prod_{\nu=1}^{n} (1 + T_\nu s)}$$

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$$

$$K_R = \frac{1}{2K_s} \frac{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}{(T_1 + T_2) T_1 T_2}, \qquad T_R = \frac{(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}$$

$$T_1, T_2 >> T_\Sigma = \sum_{\nu=3}^{n} T_\nu$$

Kryterium symetrycznego optimum (1 duża stała czasowa)

$$G_o(s) = \frac{K_s}{(1 + T_1 s) \prod_{\mu=1}^{m} (1 + \tau_\mu s)}$$

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$$

$$K_R = \frac{T_1}{8 K_s T_\Sigma^2}, \qquad T_R = 4 T_\Sigma$$

$$T_1 >> T_\Sigma = \sum_{\mu=1}^{m} \tau_\mu$$

Kryterium symetrycznego optimum (całkowanie w obiekcie)

$$G_o(s) = \frac{K_s}{(1 + T_1 s) \prod_{\mu=1}^{m} (1 + \tau_\mu s)}$$

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_R s}{s}$$

$$K_R = \frac{T_1}{8 K_s T_\Sigma^2}, \qquad T_R = 4 T_\Sigma$$

$$T_1 >> T_\Sigma = \sum_{\mu=1}^{m} \tau_\mu$$

Kryterium symetrycznego optimum (2 duże stałe czasowe)

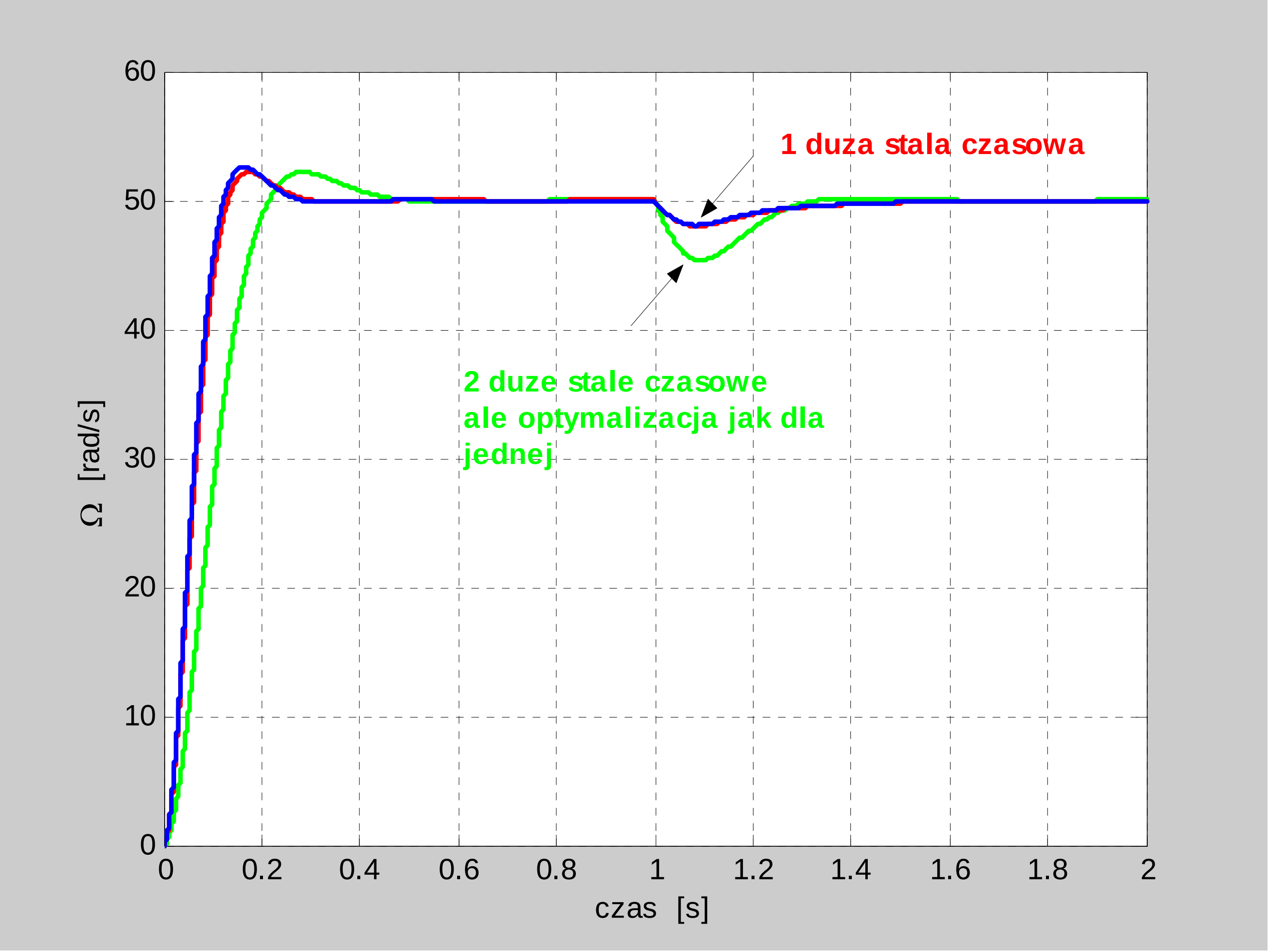
$$G_o(s) = \frac{K_s}{\prod_{\nu=1}^{2} (1 + T_\nu s) \prod_{\mu=1}^{m} (1 + \tau_\mu s)}$$

$$G_R(s) = K_R \frac{(1 + T_R s)^2}{s}$$

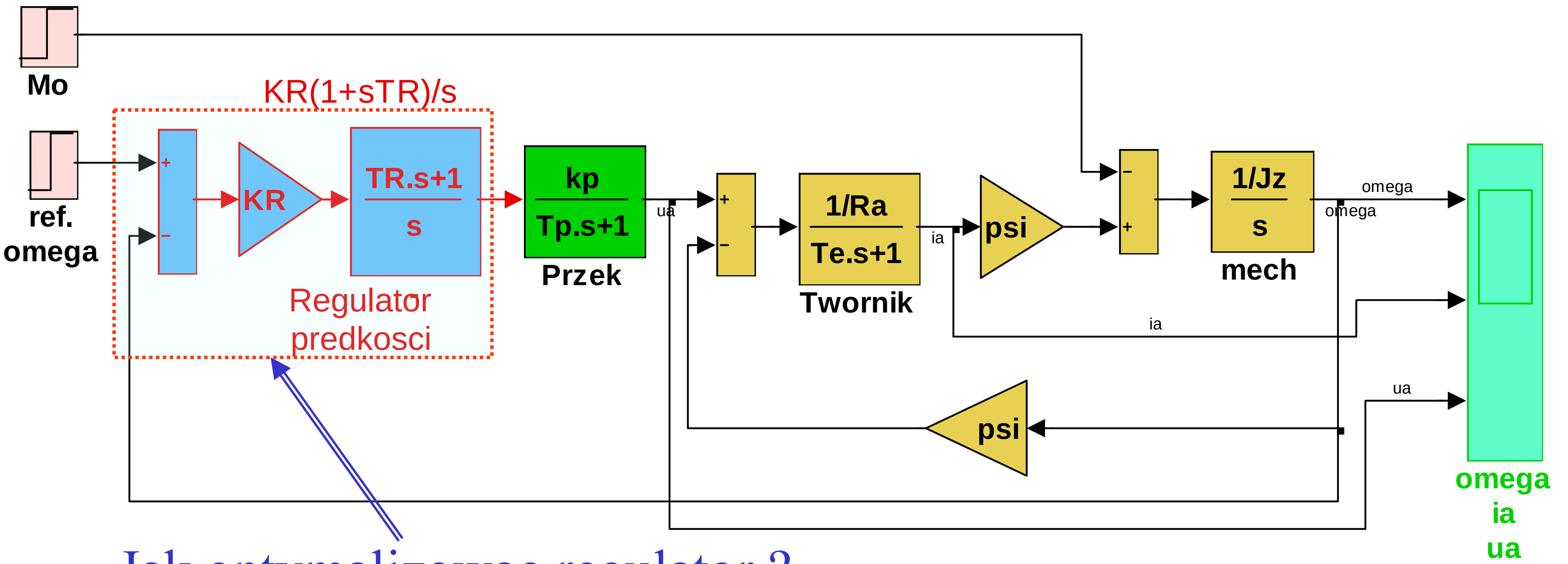
$$K_R = \frac{T_1 T_2}{128 K_s T_\Sigma^3}, \qquad T_R = 8 T_\Sigma$$

$$T_1, T_2 >> T_\Sigma = \sum_{\mu=1}^{m} \tau_\mu$$

Dobór nastaw regulatora według kryterium modułowego optimum



Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego

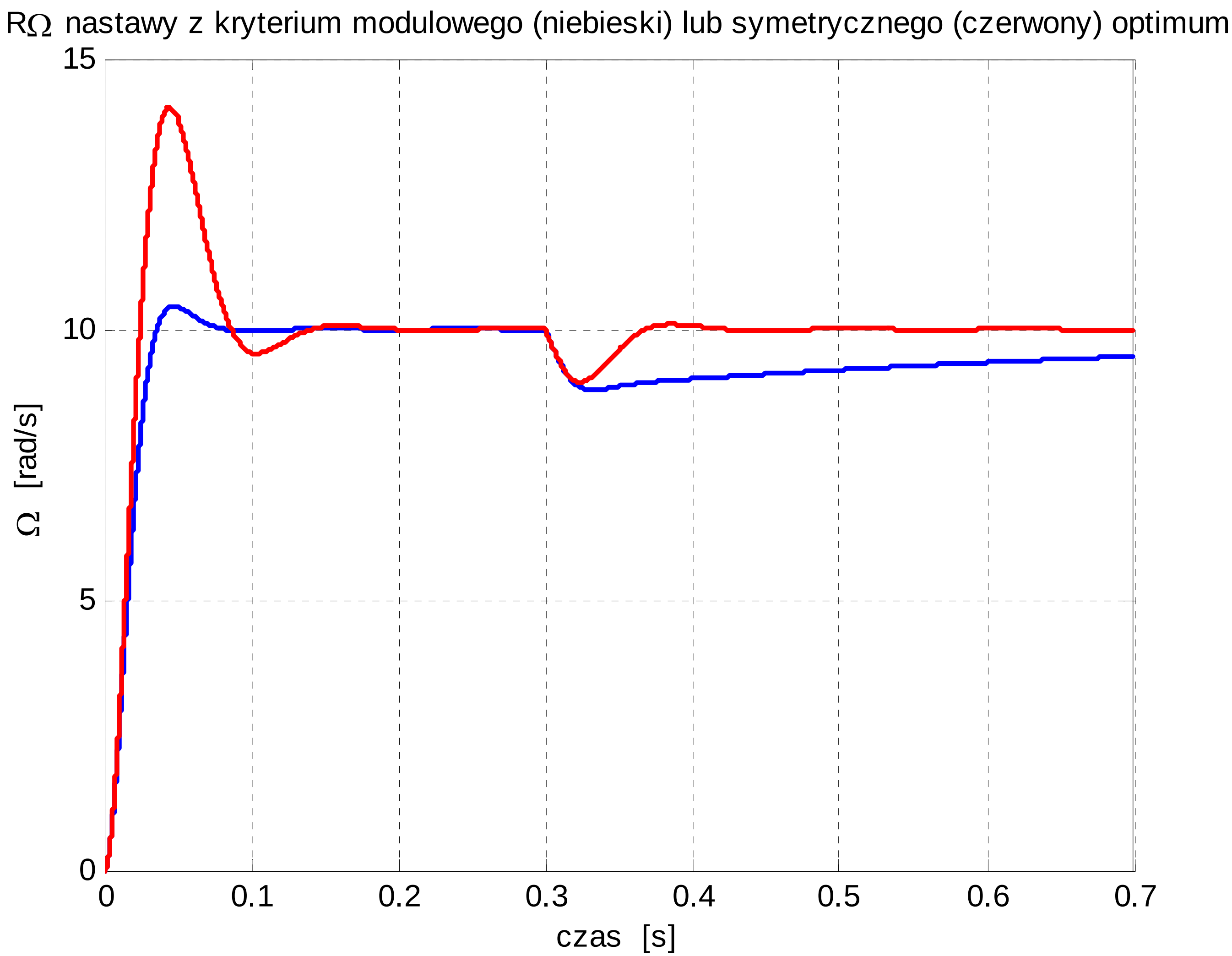


Jak optymalizowac regulator ?

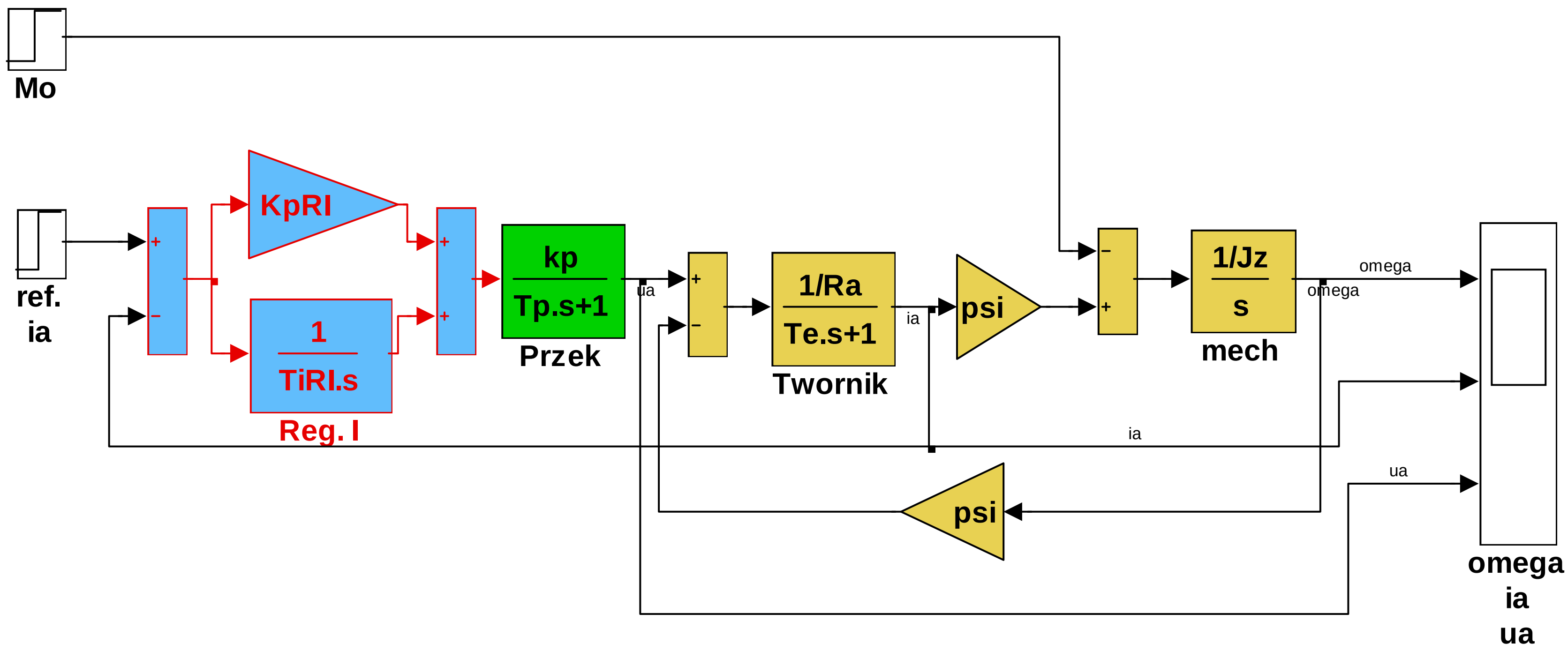
Kryterium modulowego optimum

Kryterium symetrycznego optimum

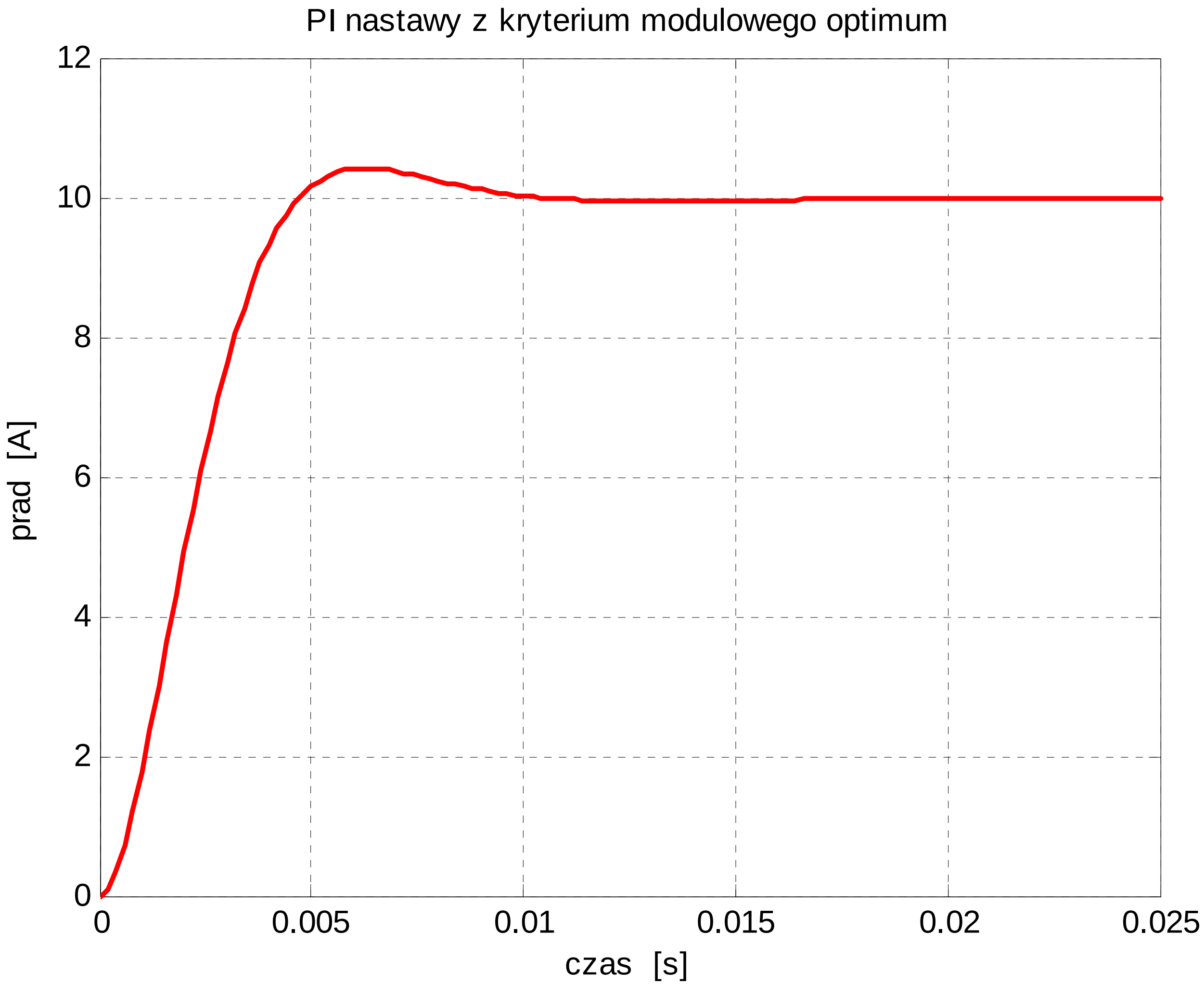
Optymalizacja regulatora prędkości



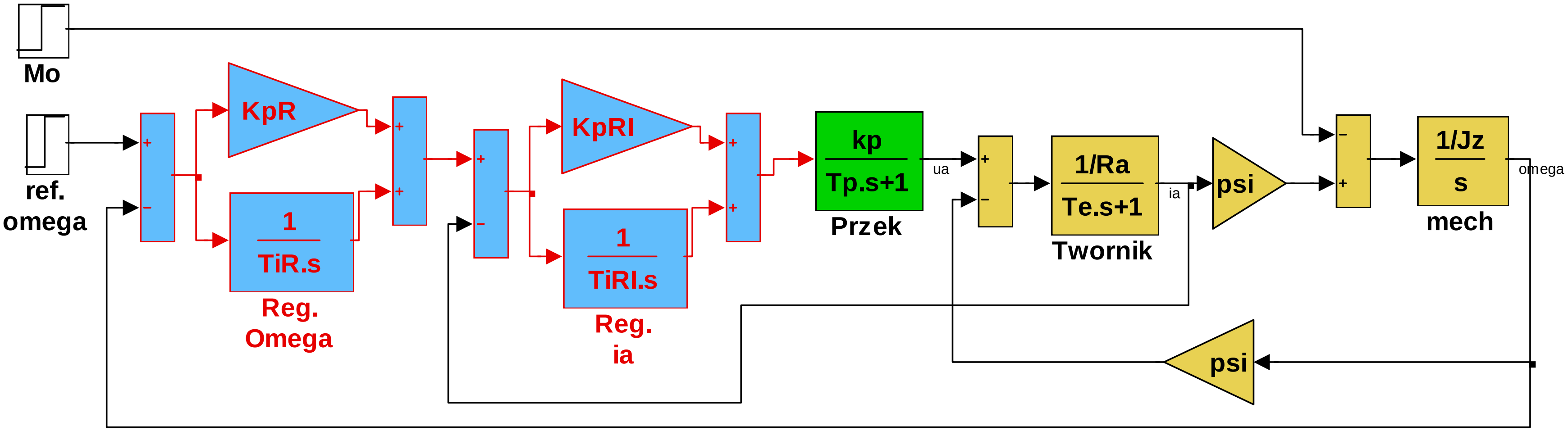
Regulacja prądu twornika



Regulator prądu PI



Regulacja prędkości i prądu twornika



Regulacja prędkości kątowej (kryterium symetrycznego optimum)

$$G_{RIap} = \frac{1}{1+2T_p s}$$

$$G_{oOmega} = \frac{\Psi}{(1+2T_p s)J_z s}$$

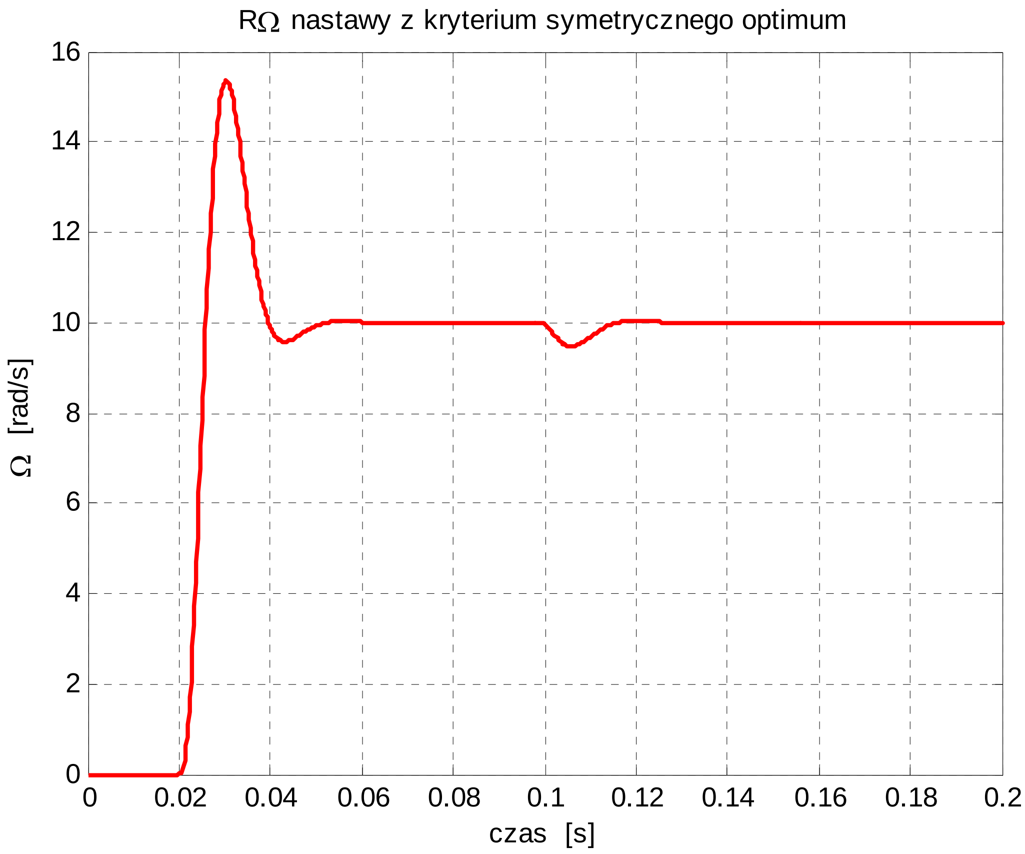
$$G_{oOmega} = \frac{\Psi}{(1+2T_p s)(1+J_z s)}$$

Regulacja prędkości kątowej (kryterium symetrycznego optimum)

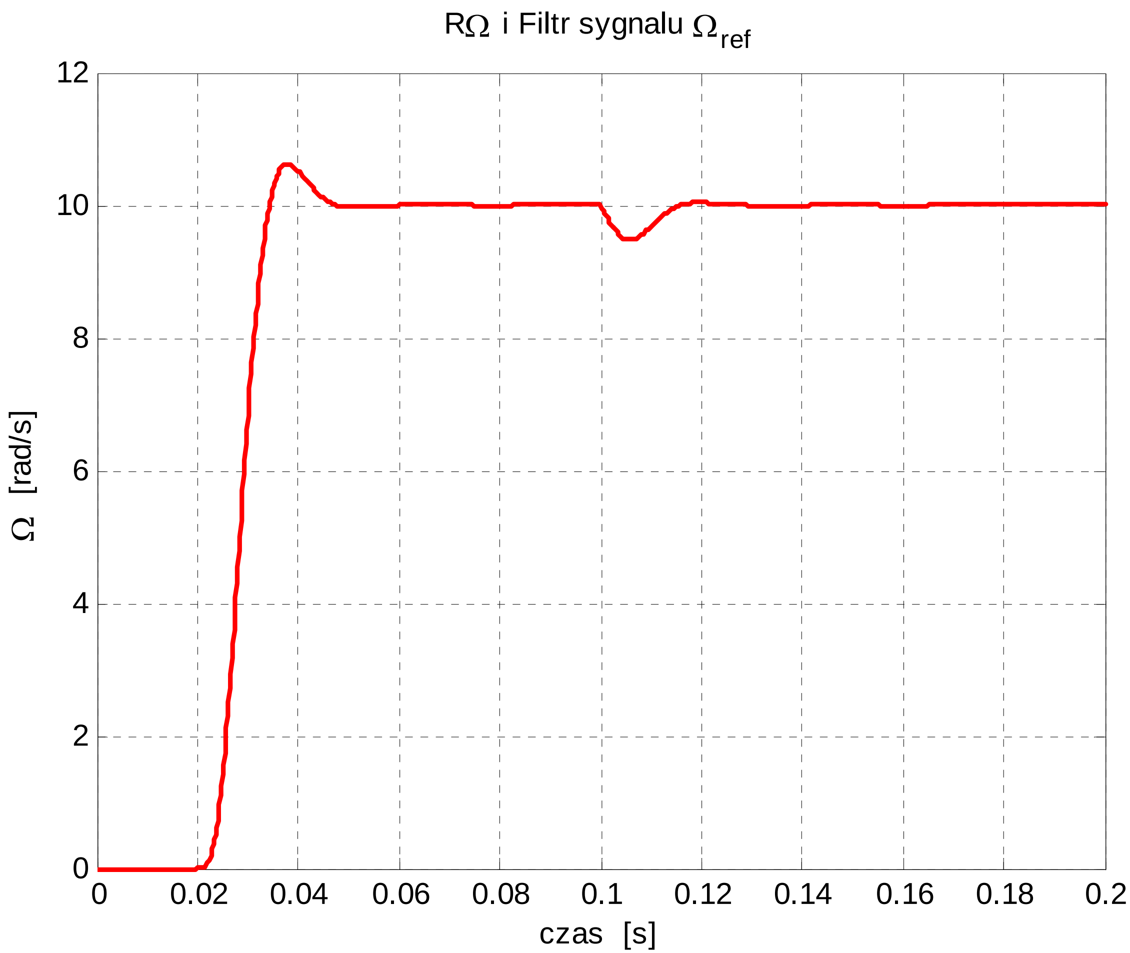
$$T_{ROmeg} = 4Tp$$

$$K_{ROmega} = \frac{J_z}{8\Psi T_p^2}$$

Regulacja prędkości kątowej



Regulacja prędkości kątowej



Kryterium Zieglera-Nicholsa

- Wstaw regulator proporcjonalny P

o transmitancji

$$G_R(s) = k_r$$

- Zwiększaj wzmocnienie aż do wystąpienia niegasnących drgań (stała amplituda).

$$k_r \nearrow k_{kr}$$

- Zanotuj wartość wzmocnienia krytycznego.

$$k_{kr}$$

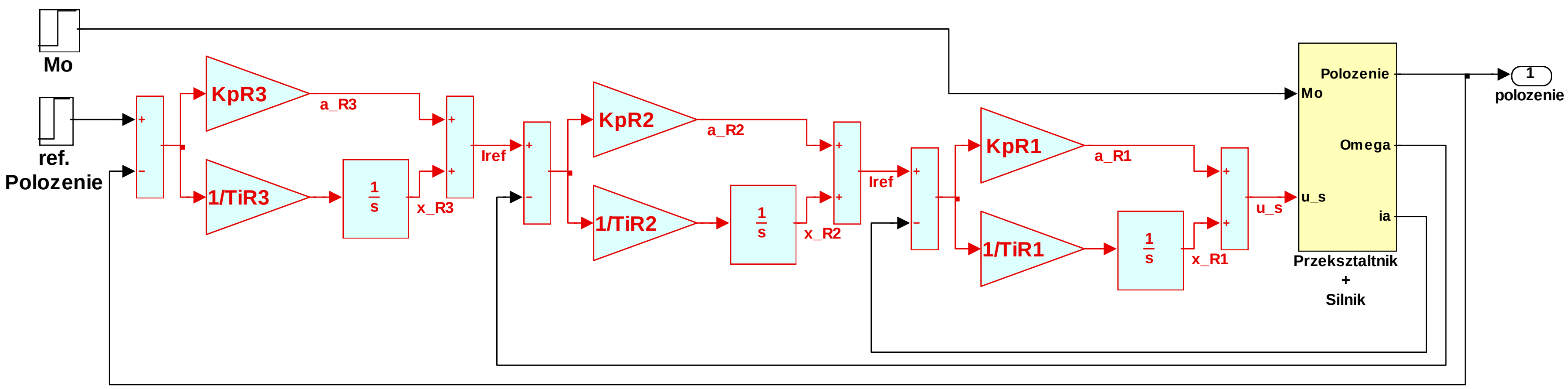
- Dla regulatora PI o transmitancji

$$G_R(s) = k_R \frac{1+sT_R}{sT_R}$$

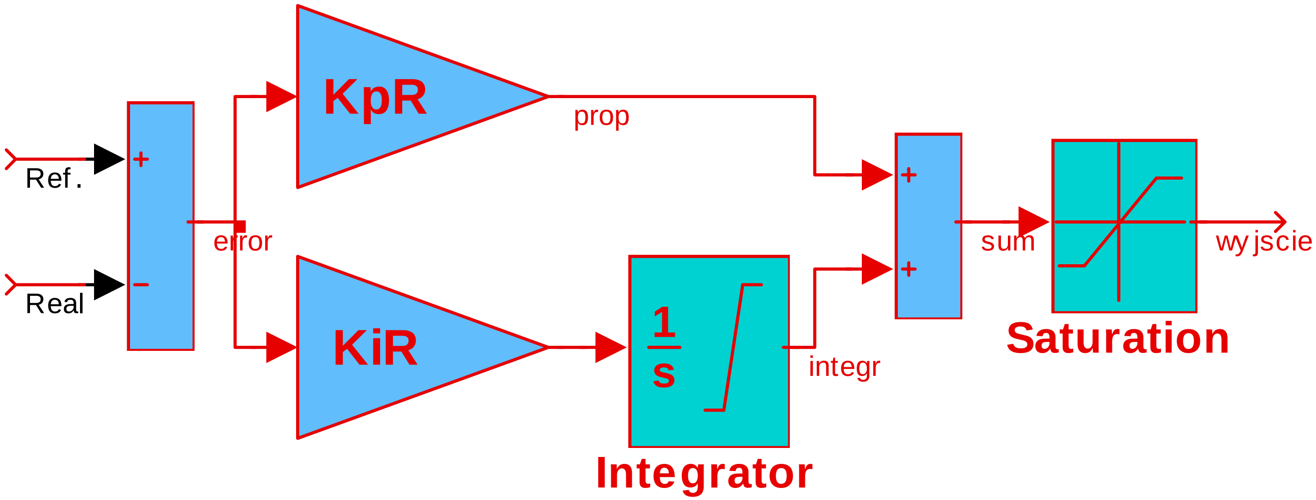
- Dobierz parametry z zależności:

$$k_R = 0{,}45 k_{kr} \quad \text{oraz} \quad T_R = 0{,}85 T_{kr}$$

Regulacja położenia kątowego wirnika silnika prądu stałego - podporządkowane obwody regulacji prądu i prędkości i położenia

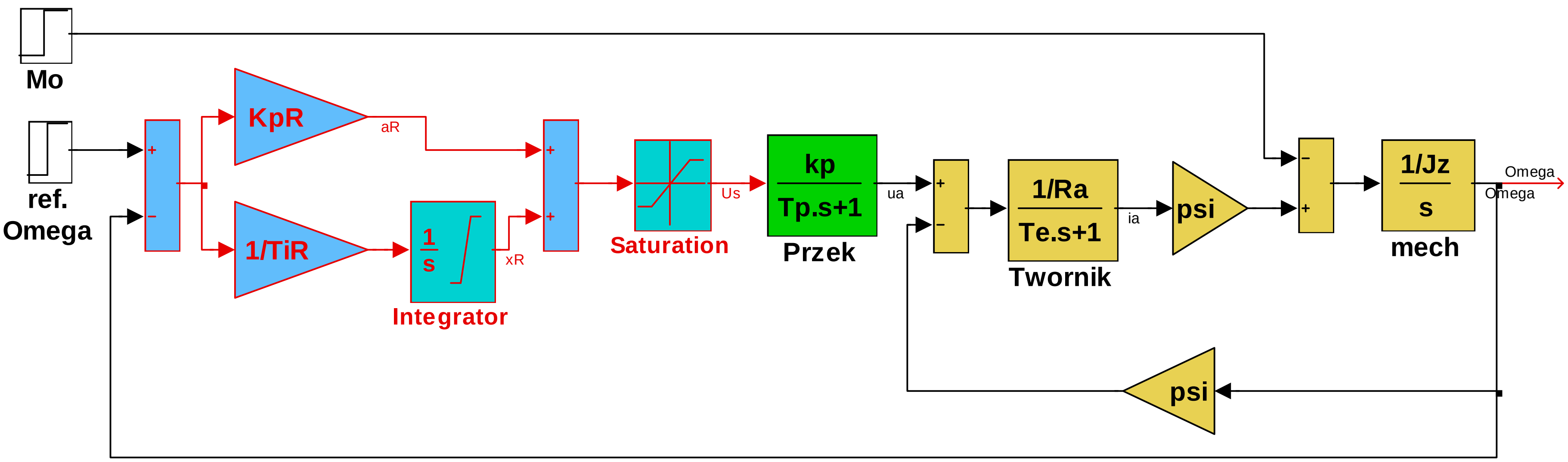


Regulator PI z ograniczeniami



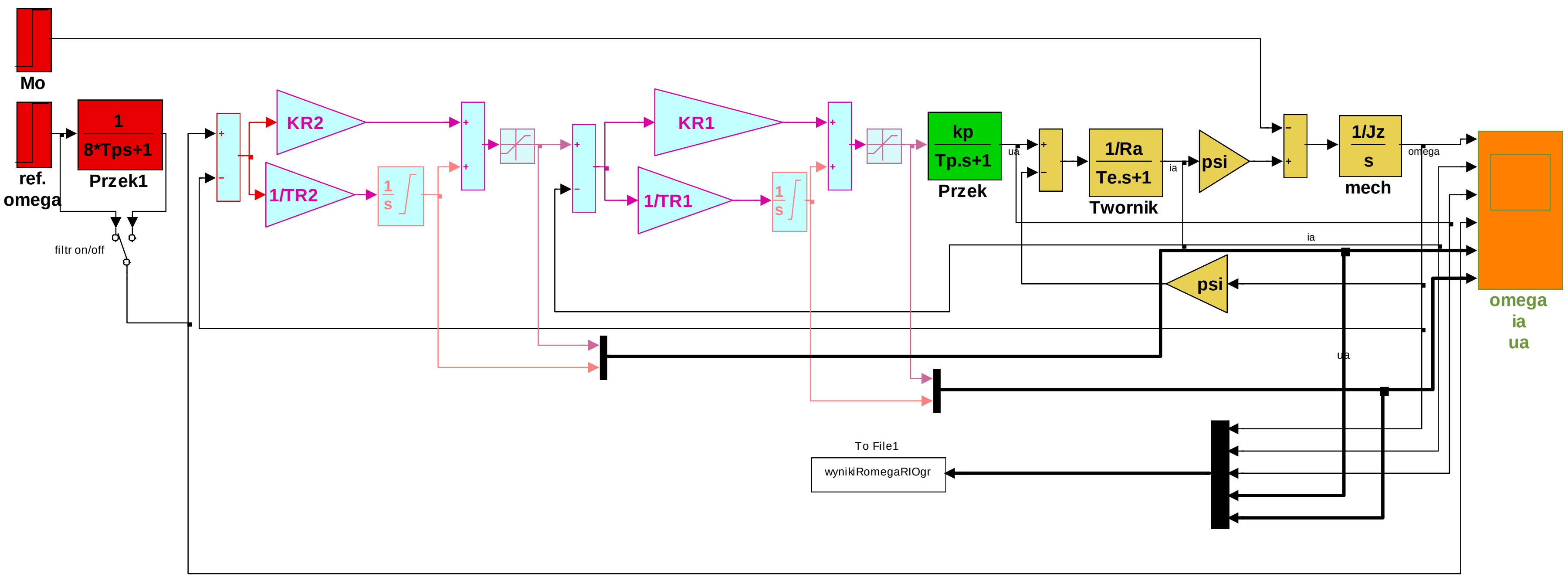
sym

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator z ograniczeniami

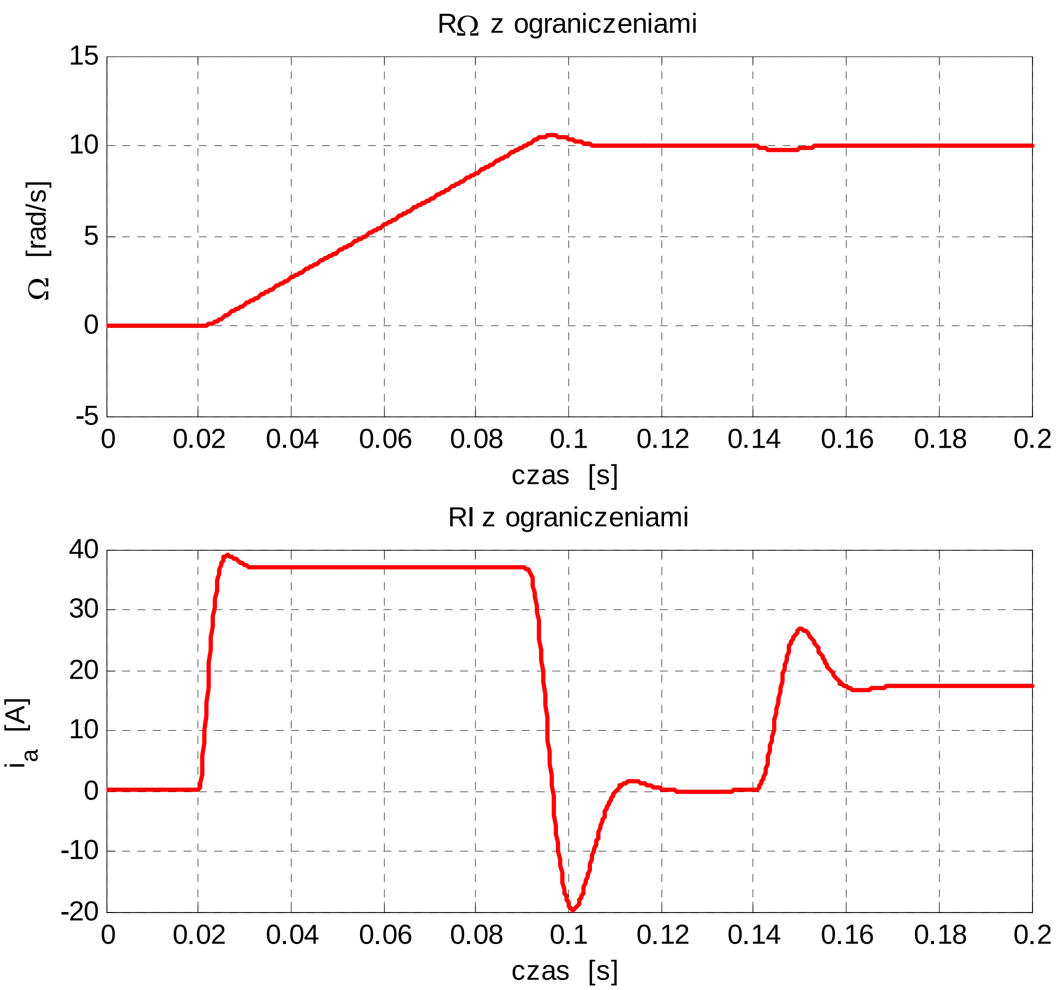


sym

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulatory z ograniczeniami



Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulatory z ograniczeniami



Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu

$$\frac{d}{dt}x_{sp} = A_{sp}x_{sp} + B_{sp}u_{sp} + E_{sp}z_{sp}$$

$$y_{sp} = C_{sp}x_{sp}$$

$$x_{sp} = \begin{bmatrix} i_a \\ \Omega \\ u_a \end{bmatrix}$$

$$u_{sp} = u_s$$

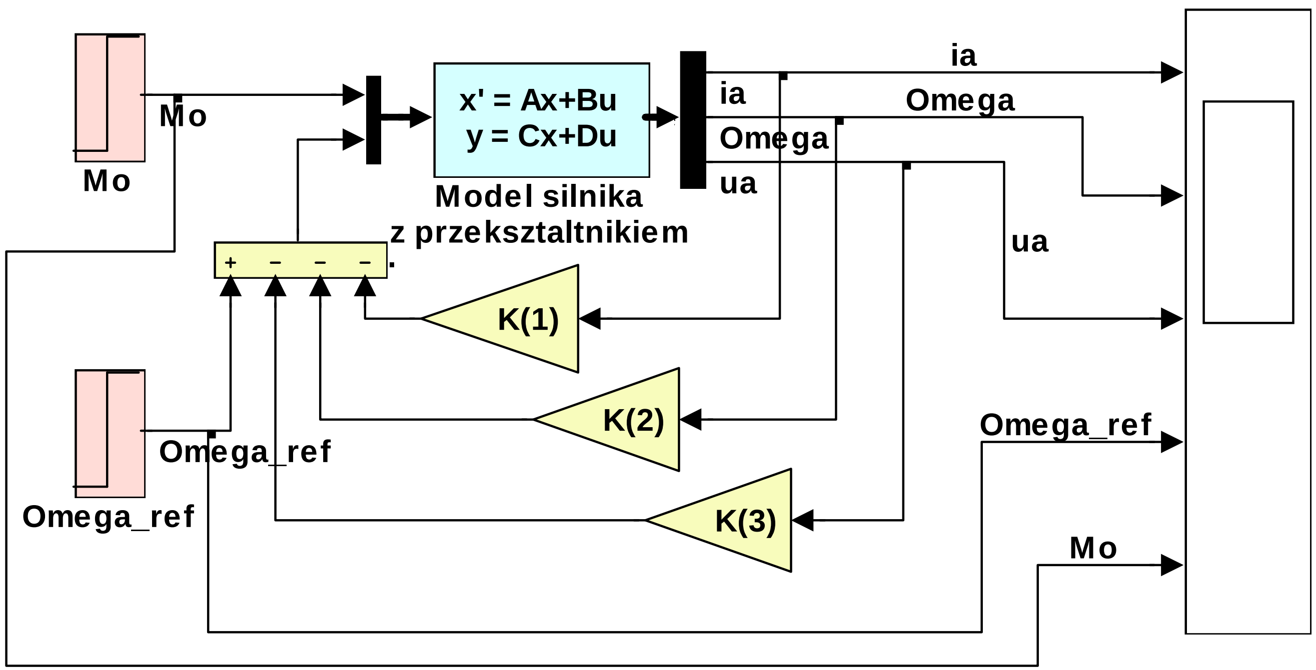
$$z_{sp} = M_o$$

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu

$$A_{sp} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{\Psi}{L_a} & \frac{1}{L_a} \\ \frac{\Psi}{J_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_p} \end{bmatrix} \qquad B_{sp} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_p}{T_p} \end{bmatrix}$$

$$E_{sp} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_z} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_{sp} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu



Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu (optymalizacja LQR)

$$u_{sp} = -Kx_{sp} + \Omega^{ref}$$

$$\Im = \int_0^\infty (x_{sp}^T Q x_{sp} + u_{sp}^T R u_{sp})dt$$

$$Q \geq 0 \text{ oraz } R > 0$$

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu

$$\frac{d}{dt}x_{sp} = A_{sp}x_{sp} - B_{sp}Kx_{sp} + B_{sp}\Omega^{ref}$$

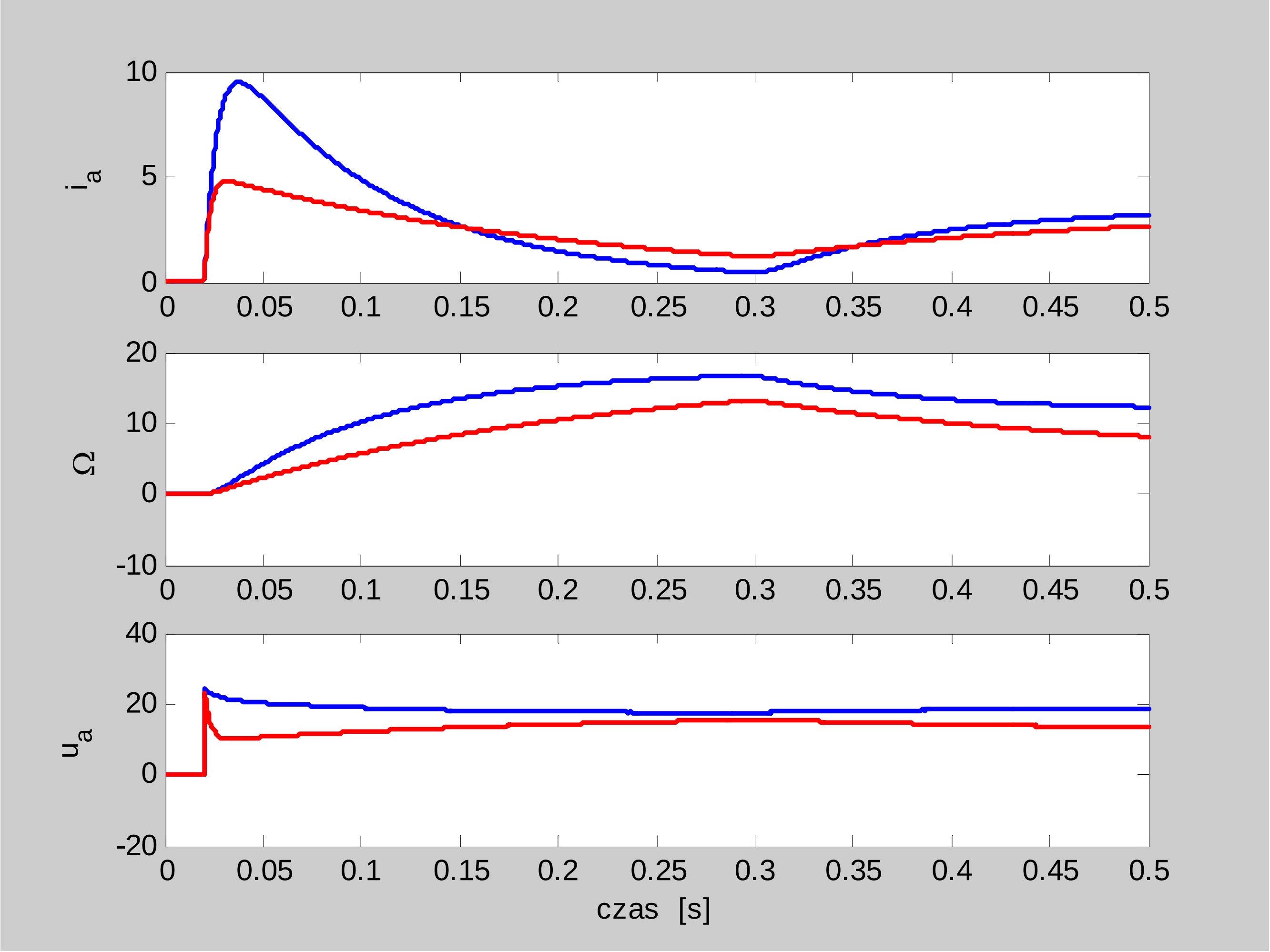
$$\frac{d}{dt}x_{sp} = (A_{sp} - B_{sp}K)x_{sp} + B_{sp}\Omega^{ref}$$

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu

'q='	'1'	'1'	'1'
'K='	'0.62976'	'0.92561'	'2.1942'
'E='	'-14760.9117'	'-154.9573'	'-11.9972'

'q='	'20'	'1'	'1'
'K='	'6.5044'	'0.89648'	'2.2235'
'E='	'-14757.3792'	'-358.3325'	'-5.1893'

Regulacja prędkości kątowej silnika prądu stałego - regulator stanu



Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

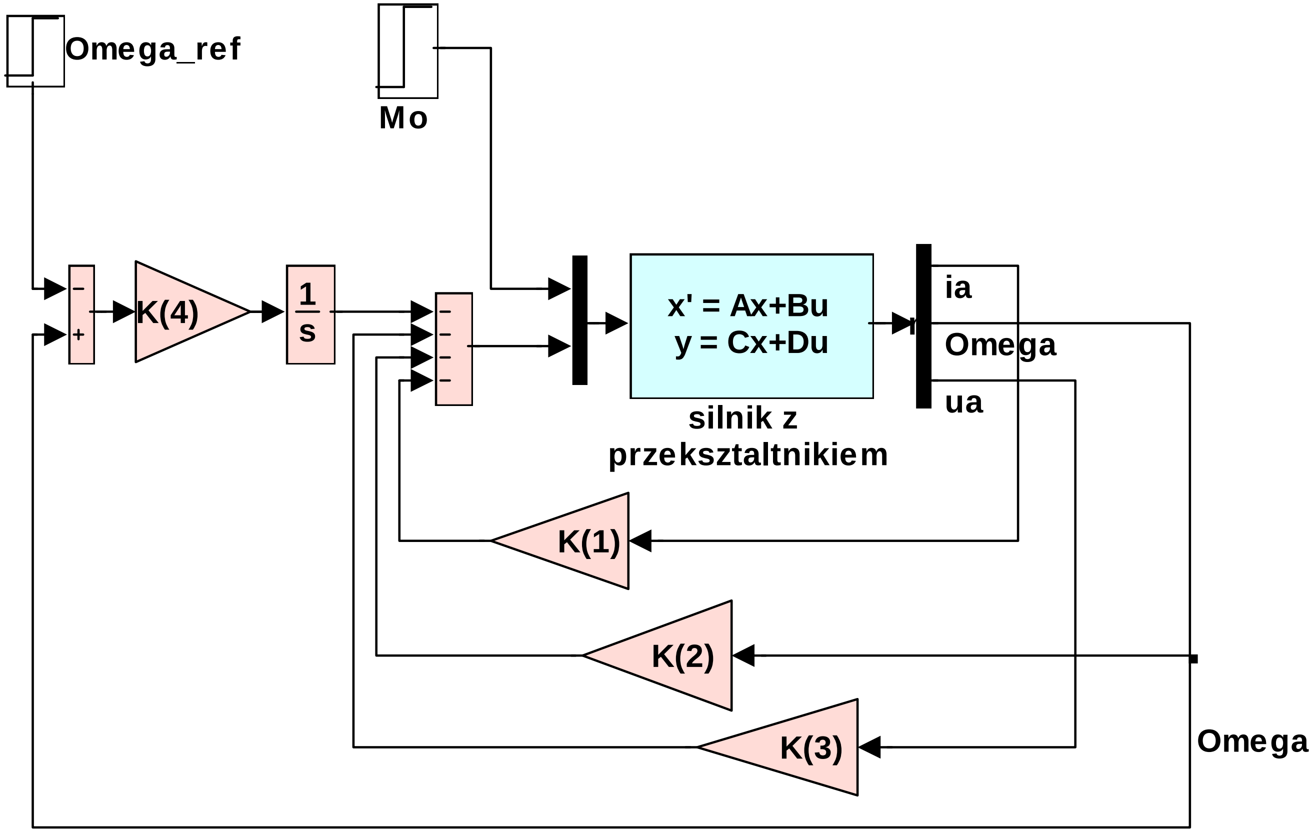
Jeśli chcemy uzyskać likwidację uchybu ustalonego
po wystąpieniu zakłócenia (zmianie obciążenia)
należy rozszerzyć regulator o część całkującą.

Wprowadza się w tym przypadku dodatkową zmienną
stanu p.

Równania stanu można zapisać po pominięciu
zakłóceń w postaci:

Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

urucho'g10_04_dane_lqr_int_nowe.m'



Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} x_{sp} \\ \frac{d}{dt} p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{sp} & 0 \\ C_{sp} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{sp} \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{sp} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_s \\ \Omega^{ref} \end{bmatrix}$$

Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

$$u_s = -K_1 x_{sp} - K_2 p = -K \begin{bmatrix} x_{sp} \\ p \end{bmatrix}$$

$$x_i^T = \begin{bmatrix} x_{sp}^T & p \end{bmatrix}^T$$

Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{sp} & 0 \\ C_{sp} & 0 \end{bmatrix} \qquad B_i = \begin{bmatrix} B_{sp} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad C_i = \begin{bmatrix} C_{sp} & 0 \end{bmatrix}$$

Regulator LQR z likwidowaniem uchybu ustalonego

$$\frac{d}{dt}x_i = A_i x_i + B_i u_i + F_i \Omega^{ref}$$

$$u = -K x_i$$

Nowe macierze współczynników wag będą:

$$Q_i = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q_p \end{bmatrix} \qquad R_i = R$$